Title	前談話34の訂正版 及 二三の注意
Author(s)	鈴木, 通夫
Citation	全国紙上数学談話会. 2(6) p.166-p.168
Issue Date	1947-08-10
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75196
rights	
Note	

61. 前談話34の訂正及び二三の注意

東大学生　　鈴 木　通 夫

第4号，談話34に書きました「有限群の部分群の作る束について」の中に誤りがありますので，ここにそれを訂正させて戴きたいと思ひます。前から気になつて居つたのですが、訂正も出さないでゐた所，先日阪大の佐藤兄より御懇切な御注意を戴きましたので，こゝにその訂正と，其の後の二三の結果をのべさせて戴きます。不注意をおわびし，わざわざ御注意下さつた佐藤兄に厚く御禮申し上げます。

1. 訂正：前談話が束Lのすべての元Aについて A/Φ_A（Φ_AはAの下に素な元の共通部分）が既約可補 modular 束になるLに対応する群は P-群及び云々とのべましたがこれは明かに誤りで結果は次の様であります。

i　p 群

ii　$\mathfrak{G}=\mathfrak{P}\cdot\mathfrak{Q}$　　$\mathfrak{P}$ は p-Abel 群且不変部分群

$\mathfrak{Q}=\{Q\}$　$Q^q=1$；すべての $P\in\mathfrak{P}$ に對して

$Q\cdot PQ^{-1}=P^{\mu}$　　$\mu\not\equiv 1 \pmod{p}$　　$\mu^q\equiv 1 \pmod{p^n}$

ここで p^n は $\mathfrak{P}$ の中の最高位の元の Ordnung であります。

2. 前にも書きました様に p-群に束同型な群は又一般に p-群で例外は P-群及び巡回群であります。即ち p-群は或る意味で束論的に特徴づけられますがこれに関して次の定理を得ました。

定理 1. 群 $\mathfrak{G}$ の束 $L(\mathfrak{G})$ が次の條件をみたすとする。1° 下半 modular 束　2° 任意の區間は既約且 3° すべての元Aについて區間 A/e が鎖でなければ同次元の元數 $\equiv p+1\ (p^2)$ $(p>2)$ とする。しからば $\mathfrak{G}$ は p-群又は P-群である。こゝで p は $L(\mathfrak{G})$ の任意の chain でない二次元の元 B/e により定められる（原子元の數より）素數とする。

（すべての B/e が chain なら下半 modularity より verall-gemeinerte Quaternionengruppe になるからこれは除く。2群の束的な特徴付けは簡單。上定理の逆は明らか。3°は Kulakoff の定理）

條件が多過ぎると思ひますが上の三つでP部の束は特徴附けられます。證明はやはり$L(\mathfrak{G})$の次元に關する *induction* によるのですが條件3 は$L(\mathfrak{G})$の次元が3の時にだけ必要であとは3°な1に *induction* が成立します。

3° 前の談話で *Sylow* 群の對応の様子は割合分つたのですがこれを用ひますと不要部分群の對應の様子が少し分ります. 次の

lemma $L(\mathfrak{G}) \cong L(\mathfrak{G}')$で $\mathfrak{G}$ は $\mathfrak{G}|\mathfrak{N}$ が p 次の巡回群になる不変部分群を持つとする。$\mathfrak{N}$ に對應する $\mathfrak{N}'$ が不変部分群でないならば $\mathfrak{G}$ は $\mathfrak{D}\,(\subset\mathfrak{N})$ なる束自己同型で不変な $\mathfrak{D}$ を持ち $\mathfrak{G}|\mathfrak{D}$ は P-群、$\mathfrak{G}|\mathfrak{D}$ と $\mathfrak{D}$ $\mathfrak{G}'|\mathfrak{D}'$ と $\mathfrak{D}'$ との位数は互に素. $\mathfrak{G}|\mathfrak{D}$ が *abel* 群でなければ $\mathfrak{G} = P \times \mathfrak{D}$ である. $P \cong \mathfrak{G}|\mathfrak{D}$. を用ひて不変部分群に関して次の結果を得ます.

定理 2　$\mathfrak{G}$ と $\mathfrak{G}'$ が束同型 $\mathfrak{G}$ の不変部分群 $\mathfrak{N}$ に對應する $\mathfrak{G}'$ の群 $\mathfrak{N}'$ が不変部分群でないとする。$\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ が P-群なら $\mathfrak{G}$ は $L(\mathfrak{G})$ の束自己同型で不変な部分群 $\mathfrak{D}\,(\subset\mathfrak{N})$ を持ち $\mathfrak{G}|\mathfrak{D}$ は P-群. $\mathfrak{G}|\mathfrak{D}$ と $\mathfrak{D}$ $\mathfrak{G}'|\mathfrak{D}'$ と $\mathfrak{D}'$ との位数は互に素で $\mathfrak{G}|\mathfrak{N}$ が *abel* 群でなければ $\mathfrak{G} = \mathfrak{D} \times P$ $(P \cong \mathfrak{G}/\mathfrak{D})$ である. $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ が $(p \ldots p)$ 型の *abel* 群でない p-群なら $\mathfrak{G}$ は束自己同型で不変な $\mathfrak{D}\,(\subset\mathfrak{N})$ を持ち $\mathfrak{G}|\mathfrak{D}$ は p 群になる.

これから $\mathfrak{D}_p(\mathfrak{G})$ は $\mathfrak{G}|\mathfrak{D}_p(\mathfrak{G})$ が p 位の巡回群でなければ $\mathfrak{G}$ の束自己同型で不変なことがいはれます。

證明は $\mathfrak{G}$ の位数に *induction* を用ひてやれば出來ます. $\mathfrak{G}|\mathfrak{N}$ が P-群の場合は *cyclic* の場合をやつて　それから一般の場合をやればよいのです.

定理 3.　$\mathfrak{G}$ と $\mathfrak{G}'$ とは束同型とする. $\mathfrak{G}$ の不変部分群 $\mathfrak{N}$ に對応する $\mathfrak{G}'$ の部分群を $\mathfrak{N}'$ とする.

$\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ の束の直積因子に對應する群がすべて p-群でも P-群でもないとすると $\mathfrak{N}'$ は又不変部分群である.

證明は $L(\mathfrak{N})$の次元に関する *induction* によります。前に述べた *Sylow* 群の對応に関する定理特に $\mathfrak{G}$ の p-*Sylow* 群を素数巾位でない群に移す束自己同型があれば $L(\mathfrak{G})$ は直積因子に既約すれば *modular* 束を持つことを用ひて證明されます.

以上のことから.

定理4. $L(\mathfrak{G}) \cong L(\mathfrak{G}')$ $\mathfrak{G}$が *auflösbar*, *einfach* なら $\mathfrak{G}'$ も *auflösbar*, *einfach* であることが分ります. $\mathfrak{G}$が單純群の場合 $L(\mathfrak{G}) \cong L(\mathfrak{G})$ なる $\mathfrak{G}'$は同じ order の單純群なので恐らく同型になると思はれますが、これ等に関しては何も分つて居りません. 切に御教示をお願ひ致します.

—(以上)—

(1947. 8. 10)